

Análisis de Datos Composicionales de los Productos del Volcanismo Cenozoico en Colombia

López Isaza, Julián Andrés y Zuluaga Castrillón, Carlos Augusto
Universidad Nacional de Colombia
Departamento de Geociencias

Resumen

El presente estudio muestra los resultados obtenidos a partir del análisis estadístico multivariado de elementos mayores, usando las técnicas propuestas por Aitchison, de muestras representativas del volcanismo Cenozoico de Colombia. El análisis estadístico revela que la totalidad de los datos puede ser agrupada en tres subgrupos composicionales, no necesariamente relacionados con la clasificación tradicional de zonas de los edificios volcánicos en los Andes Colombianos (norte, centro y sur). Los subgrupos composicionales muestran patrones en función de los contenidos de SiO_2 que son consistentes con los procesos de evolución conocidos para el magmatismo calcoalcalino de arco continental. Cada zona de la clasificación tradicional tiene miembros básicos, intermedios y ácidos que adicionalmente al contenido variable de SiO_2 tienen diferentes afinidades con el MgO , CaO , K_2O y $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{T}$; esta última característica no es perceptible por los métodos de análisis estadístico tradicionales.

Palabras clave: Análisis estadístico multivariado, volcanismo Cenozoico, Andes Colombianos.

Application of Multivariate Statistical Analysis Methods to the Study of the Cenozoic Volcanism in Colombia

Abstract

The present study shows the results from major element multivariate statistical analysis of representative samples from Cenozoic volcanic rocks in Colombia using Aitchison methods. Statistical analysis of geochemical data of major oxides of Colombia Cenozoic volcanics reveals that all data can be grouped in three compositional subgroups not necessarily related to the traditional northern, central and southern grouping of Colombian volcanoes. Sub-compositional patterns based on SiO_2 content are consistent with known processes for calc-alkaline evolution of a magmatic continental arc. Cluster analysis of regional groups, shows that each area tends to have mafic, intermediate and silicic members, which additionally to its variable SiO_2 content have different affinities with MgO , CaO , K_2O and $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{T}$, this last compositional variation is not detectable by traditional statistical methods.

Key words: Multivariate statistical analysis, Cenozoic volcanism, Colombian Andes.

Introducción

A lo largo de la Cordillera Central de Colombia se encuentran una serie de edificios volcánicos que de sur a norte han sido divididos en tres grupos (Hall and Wood, 1985; Méndez, 1997; Laeger *et al.* 2013): (i) grupo sur, del cual el más representativo y estudiado es el Volcán Galeras, (ii) grupo centro, en el cual resaltan los volcanes Sotará, Puracé y Huila, y (iii) grupo norte, donde el volcán más estudiado es el Nevado del Ruíz. Los productos de estos volcanes han sido relacionados con magmatismo de afinidad calcoalcalina asociado con la subducción de la placa Nazca bajo la placa Suramericana.

La distribución areal de las vulcanitas junto con sus características petrológicas han sido revisadas en un gran número de estudios con base en el uso de pocas variables mediante diagramas binarios y ternarios usando concentraciones de elementos, de asociaciones de elementos y relaciones entre elementos (*e.g.*, Kuroda, 1978; CHEC, 1983; Cepeda, 1986; Cepeda *et al.* 1986; Macía y Calvache, 1987; Melson *et al.* 1990; Sigurdsson *et al.* 1990; Vatin-Perignon *et al.* 1990; Ancochea *et al.* 1991; Naranjo *et al.* 1991; Droux and Delaloye, 1996; Calvache and Williams, 1997; Monsalve, 2000; Laeger *et al.* 2003; Pulgarín *et al.* 2008; Toro *et al.* 2008; Borrero *et al.* 2009; Rayo y Zuluaga, 2011).

La metodología aplicada en los resultados mostrados en las referencias mencionadas arriba tiene

grandes problemas debido a que los datos composicionales consisten de vectores cuyos componentes son la proporción de un total y su suma esta restringida a un valor constante (Aitchison, 1986; Thomas y Aitchison, 2005; van den Boogaart y Tolosana-Delgado, 2013). Esto significa que el análisis de los datos composicionales se enfrenta al problema de "suma constante" o el "problema de cierre" y la aplicación de estadística multivariada tradicional puede originar interpretaciones erradas.

Para evitar el problema de la "suma constante" en este trabajo se utiliza la metodología estadística basada en la estructura de espacio vectorial del "simplex" matemático (Aitchison, 1986). Esta metodología contempla la conversión de los datos composicionales en logaritmos de razones ("logratios") con la premisa de que los datos composicionales aportan información esencialmente sobre las razones entre los componentes y que existe una correspondencia uno a uno entre las composiciones y un conjunto de razones matemáticas. La aplicación de los métodos de análisis estadísticos multivariados basados en el modelo de Aitchison (1986) pretenden revelar tendencias subcomposicionales que no son tan obvias en los diagramas de variación tradicionales (Daunis-I-Estadella *et al.* 2006).

La visualización de los datos se logra tradicionalmente mediante el uso de los diagramas Harker que son diagramas de dispersión de dos

componentes. Estos diagramas son importantes porque no presentan ninguna transformación aplicada a los datos, resaltan cualquier relación entre las variables graficadas, y pueden facilitar cálculos de balance de masa en diferentes etapas. Estos diagramas han sido introducidos exclusivamente para el estudio de las rocas ígneas, y pueden evidenciar la relación evolutiva de un cuerpo de magma (Cortés, 2009). Sin embargo, las representaciones gráficas usando más de dos componentes pueden evidenciar relaciones que no son fácilmente visibles en los diagramas Harker. La más simple de estas representaciones son los diagramas ternarios que son similares a los diagramas de dispersión pero despliegan una subcomposición cerrada a tres partes (van den Boogaart y Tolosana-Delgado, 2013). En muchos casos, los datos en estos diagramas ternarios pueden observarse agrupados en zonas pequeñas del diagrama triangular, lo que oscurece las relaciones entre los datos; este problema es solucionado escalando y centrando los datos en el diagrama. El proceso de re-escalar las observaciones cumple el objetivo de darles rangos aproximadamente iguales (Daunis-I-Estadella *et al.* 2006; van den Boogaart y Tolosana-Delgado, 2013). El proceso de centrado se logra definiendo el centro como el promedio geométrico cerrado obtenido a partir de la medida de la tendencia central de un conjunto de datos composicionales (Daunis-I-Estadella *et al.* 2006; van den Boogaart y Tolosana-Delgado, 2013).

El análisis de los datos composicionales inicia con la identificación de la codependencia entre las variables analizadas, para ello son útiles la matriz de variación y la matriz de varianza total (van den Boogaart y Tolosana-Delgado, 2013); estas matrices representan la dispersión del conjunto de datos analizados (Daunis-I-Estadella *et al.* 2006). Adicionalmente, la relación entre las variables es representada gráficamente utilizando el biplot (Gabriel, 1971), que es un gráfico que permite visualizar matrices de $a \times b$ datos distribuidos en filas y columnas, donde las filas corresponden a las muestras o individuos y las columnas a las variables (Aitchison y Greenacre, 2002).

El procedimiento computacional para el tratamiento de los datos con el fin de obtener la información mencionada arriba se logra en esta contribución utilizando el programa R y el paquete "compositions" (van den Boogaart y Tolosana-Delgado 2008; 2013, y van den Boogaart y *et al.* 2009).

Localización y Contexto Geodinámico del Volcanismo Cenozoico en Colombia

El noroccidente Suramericano y el suroriente de Centroamérica constituyen un ejemplo de convergencia de placas y colisiones que en conjunto han generado una extensa deformación intraplaca. En esta región interactúan (Fig. 1): la placa Cocos, la placa Nazca y la placa Caribe de afinidad oceánica, la placa Suramericana de afinidad continental, y las microplacas Coiba (oceánica, fragmento de

la placa Nazca) y Costa Rica-Panamá (resultado de la interacción entre las placas oceánicas Cocos, Nazca y Caribe). Debido a la colisión con la cordillera oceánica de Carnegie (o Ridge de Carnegie) en el norte de la margen ecuatoriana, y a la convergencia oblicua en el suroccidente de Colombia, el movimiento de la placa Nazca es fuertemente absorbido en el continente, y se refleja tanto en el acortamiento cortical en sentido perpendicular a la margen andina, como en la transferencia del movimiento restante a los sistemas de fallas de rumbo dextrales (Taboada *et al.*

1998; Taboada *et al.* 2000; Trenkamp *et al.* 2002; Sallarès y Charvis, 2003; Acosta *et al.* 2004; Norabuena *et al.* 2004; Acosta *et al.* 2007). Dichos sistemas de rumbo juegan un papel muy importante en la distribución del magmatismo a lo largo de la Cordillera Central, limitando segmentos volcano-tectónicos en el sentido de Hall and Wood (1985).

La margen continental definida por las placas de Nazca y Suramericana está caracterizada por una trinchera marina, sismicidad superficial y profunda (Hall and Wood, 1985), y una

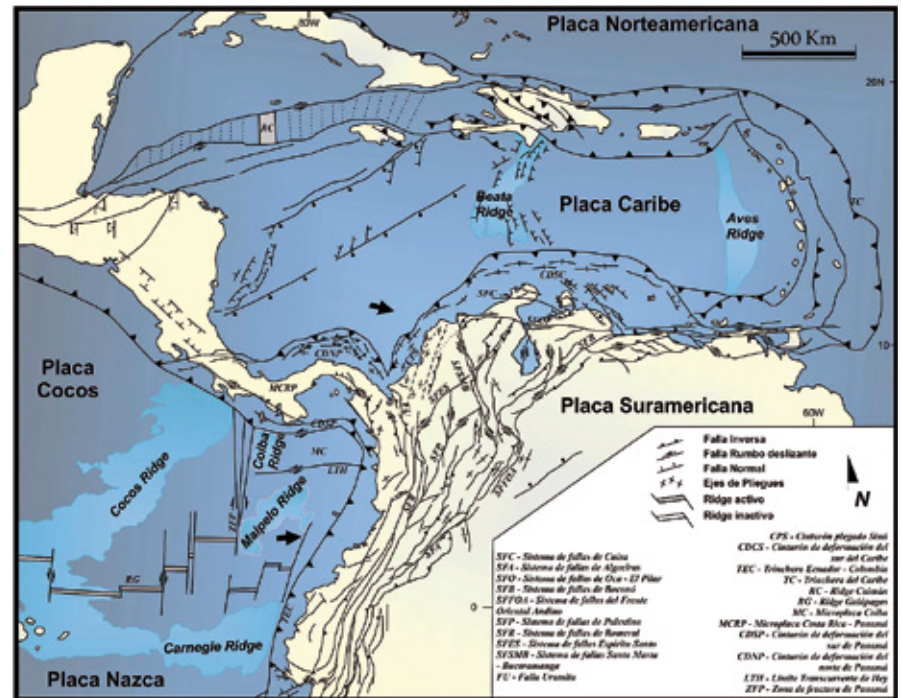


Figura 1. Marco tectónico del noroccidente Suramericano. Las flechas negras gruesas muestran la dirección de movimiento de las placas Nazca y Caribe con respecto a Suramérica. Modificado de París *et al.* (2000), Taboada *et al.* (2000), Audemard & Audemard (2002), Trenkamp *et al.* (2002), Cortés & Angelier (2005), Gómez *et al.* (2007) y Acosta *et al.* (2007).

fila de volcanes activos en el interior del continente distribuidos de sur a norte a lo largo del eje de la Cordillera Central de Colombia y paralelos a la margen (Fig. 2). En Colombia, la actividad volcánica ha sido separada en tres grupos (Hall & Wood, 1985; Méndez, 1997; Laeger *et al.* 2013), sur, centro y norte. Los volcanes del grupo sur son Cerro Negro, Chiles, Cumbal, Azufral, Galeras y Doña Juana, los del grupo centro son Complejo Volcánico Sotará (Sotará, Sucu-

bún, Cerro Gordo, Cerro Azafatudo, Cerro Negro), Puracé (Complejo Volcánico Coconucos) y Huila, y los del grupo norte son Cerro Machín, Tolima, Quindío, Santa Rosa, Santa Isabel, Cisne, Ruiz y Cerro Bravo.

Metodología

Se compilaron 700 datos geoquímicos de óxidos mayores representativos del volcanismo Cenozoico de Colombia a partir de la revisión

de diferentes fuentes bibliográficas que incluyeron tesis (Jaramillo, 1980; Schaefer, 1995; Lescinsky, 1996; Pini-la y Rios, 2005; Duque, 2008; Rayo, 2012), informes técnicos (Kuroda, 1978; CHEC, 1983; Cepeda, 1986; Pulgarín *et al.* 2008), artículos científicos (Macía y Calvache, 1987; Melson *et al.* 1990; Sigurdsson *et al.* 1990; Vatin-Perignon *et al.* 1990; Ancochea *et al.* 1991; Naranjo *et al.* 1991; Droux and Delaloye, 1996; Calvache and Williams, 1997; Laeger *et al.* 2003; Toro *et al.* 2008; Borrero *et al.* 2009; Rayo y Zuluaga, 2011), catálogos estratigráficos (Monsalve, 2000) y bases de datos (EarthChem).

La base de datos compilada fue depurada de acuerdo con lo propuesto por Daunis-I-Estadella *et al.* (2006) con el fin de minimizar los errores. Un paso importante en esta depuración es la exclusión de los datos iguales a cero ("0") para no generar ruido en el análisis multivariado. Adicionalmente, el hierro se tomó como $Fe_2O_3.T$. La base de datos depurada contiene un total de 607 datos de los volcanes Nevado del Ruiz (VNR), Nevado del Cisne (VNC), Nevado Santa Isabel (VNSI), Santa Rosa (VSR), Cerro Bravo (VCB), Romeral (VR), Galeras (VG), Cadena Volcánica Coconucos (CVC), Volcán Doña Juana (VDJ), Sotará (VS), Sucubún (VSu), Cerro Azafatudo (VCA), Cerro Negro (VCN), Puracé (VP), Azufral (VA), Cumbal (VCu), Chiles (VCh), y Cerro Machín (VCM).

El procedimiento para el tratamiento geoestadístico multivariado usando el paquete "Compositions"

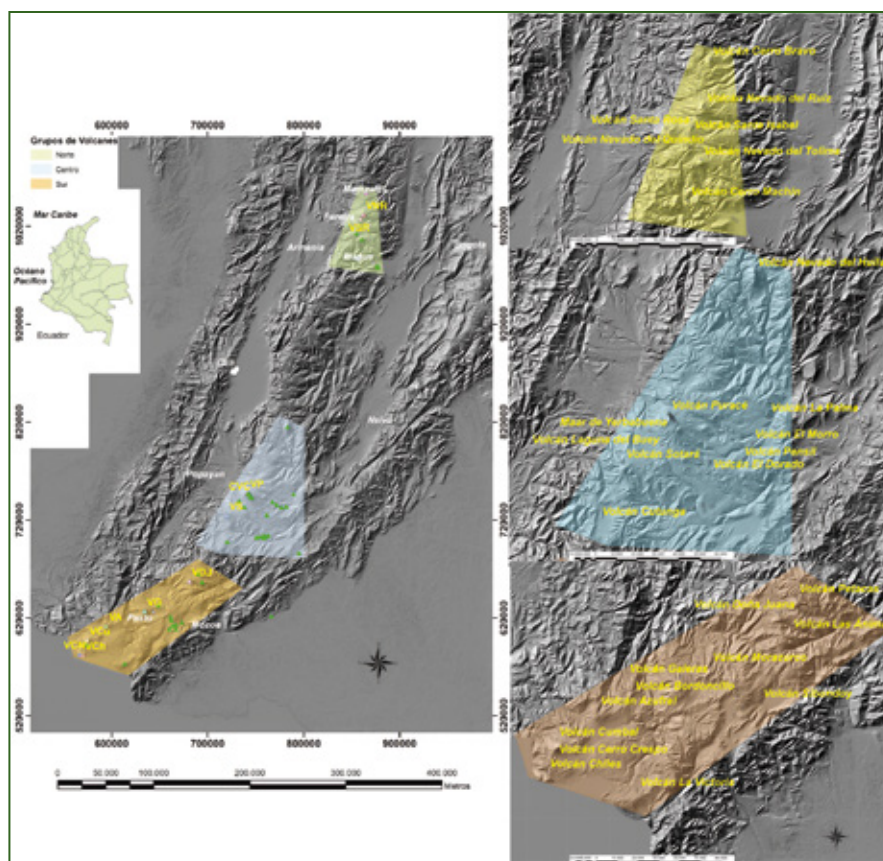


Figura 2. Mapa de localización de los volcanes activos de Colombia incluidos en este estudio y su agrupamiento en zonas de acuerdo a su localización geográfica.

del software R (van den Boogaart, 2008; van den Boogaart y Tolosana-Delgado, 2013; van den Boogaart *et al.* 2009) fue el siguiente:

i). Conversión de los datos composicionales para llevarlos al espacio del simplex (composición Aitchison; *i.e.*, logaritmos de relaciones entre componentes).

ii). Análisis de componentes principales para seleccionar variables que permitieran visualizar los grupos naturales e identificar patrones unidimensionales. Este paso consiste en el cálculo de la matriz de variación composicional (codependencia entre los componentes) y en la elaboración de una gráfica donde se visualizan las relaciones entre las variables ("biplot").

iii) Identificación de los grupos naturales y de tendencia lineales usando diagramas Harker y diagramas ternarios (con los componentes identificados en el paso ii) y aplicando técnicas de aglomeración (dendogramas).

Aplicación de los Métodos de Análisis Estadísticos Multivariados a los Datos Geoquímicos– Resultados

Los análisis químicos de óxidos mayores representativos del volcanismo Cenozoico en Colombia analizados en este estudio fueron graficados en diagramas Harker (Fig. 3). En la distribución de los datos se observan tendencias positivas para el K_2O y el Na_2O y negativas

para CaO , Fe_2O_3 , MgO , TiO_2 y MnO , estos dos últimos no mostrados en la figura. El Al_2O_3 muestra una tendencia negativa aparente, en la que la mayoría de los datos se encuentran concentrados entre el 60% y 65% de SiO_2 . Existe una tendencia general de todos los datos (sin diferenciar los grupos sur, centro y norte) que está oscurecida por varios grupos de datos con distribu-

ción aleatoria. Por otro lado, se evidencia que un subgrupo de datos asociado con el Volcán Sucubún (Complejo Volcánico Sotará), es el que presenta los valores más altos de SiO_2 constituyéndose así como el extremo silíceo.

Los diagramas ternarios centrados con un tercer componente por defecto (media geométrica)

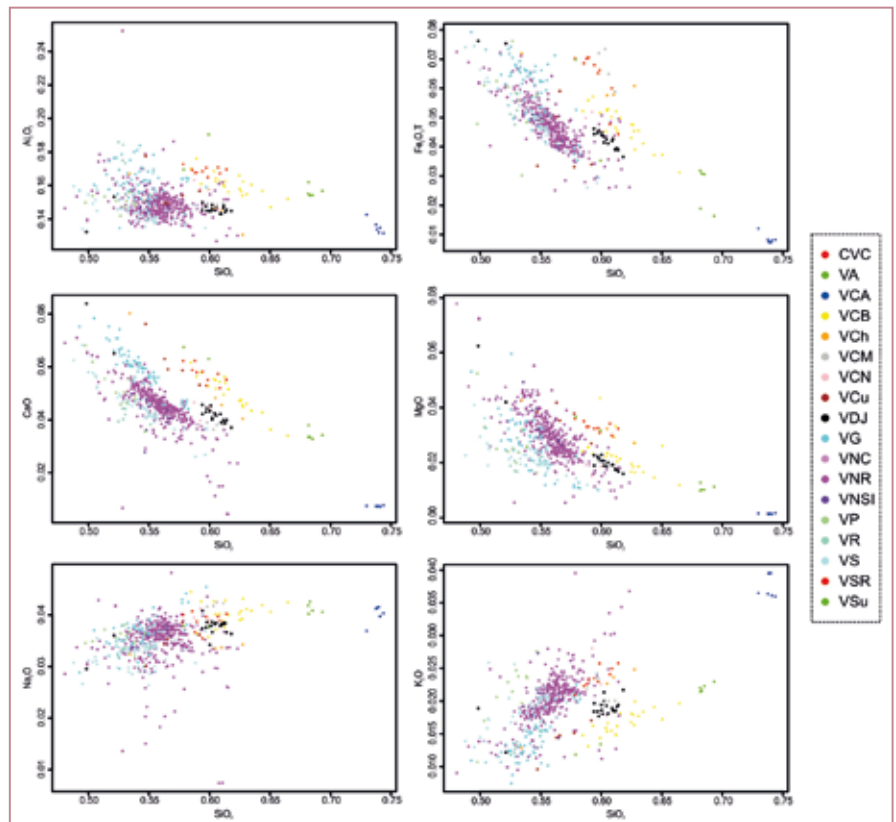


Figura 3. Diagramas Harker que muestran la distribución composicional del total de los datos de volcanismo Cenozoico en Colombia. Los volcanes analizados son: Nevado del Ruiz (VNR), Nevado del Cisne (VNC), Nevado Santa Isabel (VNSI), Santa Rosa (VSR), Cerro Bravo (VCB), Galeras (VG), Cadena Volcánica Coconucos (CVC), Volcán Doña Juana (VDJ), Sotará (VS), Sucubún (VSu), Cerro Azafatudo (VCA), Cerro Negro (VCN), Puracé (VP), Azufral (VA), Volcán Romeral (VR), Cumbal (VCu), Chiles (VCh), y Cerro Machín (VCM).

son mostrados en una matriz de diagramas ternarios (Fig. 4). En cada diagrama ternario se muestran las elipses que representan las regiones de probabilidad del 95% de ocurrencia de los datos. Este análisis resalta de nuevo el comportamiento composicional de los datos del Volcán Cerro Azafatudo diferente al resto de los datos composicionales, *i.e.*, los datos de este complejo se observan por fuera de las regiones definidas por las elipses de 95% de probabilidad.

El análisis de varianza evidencia que los elementos que presentan una mayor codependencia son $SiO_2 - K_2O$, $K_2O - Na_2O$, $CaO - MgO$, $MgO - Fe_2O_3$, y $SiO_2 - Al_2O_3$, sugiriendo que el comportamiento geoquímico de dichos óxidos es similar. Así mismo, los resultados indican una alta variabilidad del K_2O .

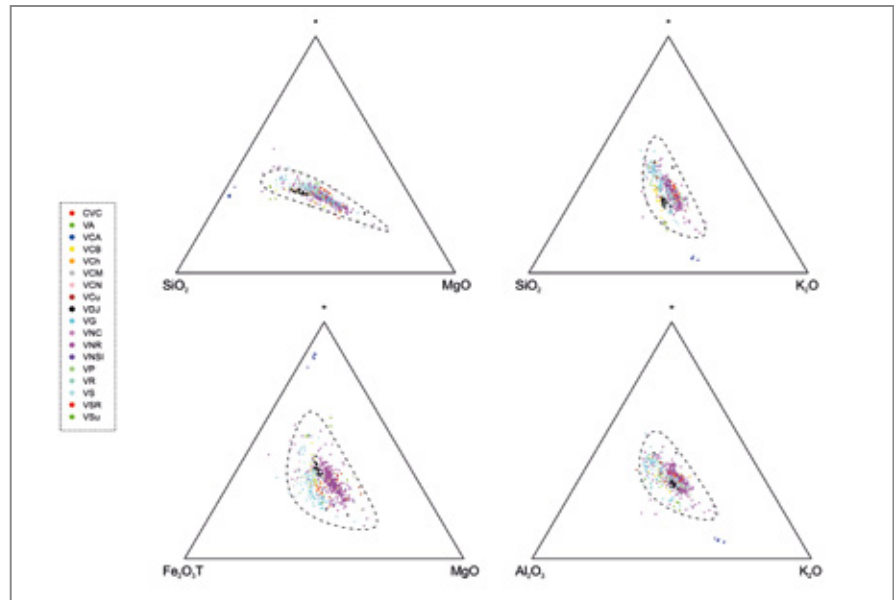


Figura 4. Matriz de diagramas ternarios centrados con un tercer componente por defecto (media geométrica), con elipses que muestran la estructura de varianza en regiones de probabilidad del 95%. Nótese la ubicación de un grupo de muestras asociadas con el Volcán Cerro Azafatudo (VCA) por fuera de la región de probabilidad.

	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃ T	CaO	MgO	Na ₂ O	K ₂ O	TiO ₂	MnO	P ₂ O ₅
SiO ₂	0.0305015999276773	0.0202336199305591	-0.0183879767466735	-0.0233653984726494	-0.0450821094641376	0.0233886584006899	0.0417469823949562	-0.0170106173418405	-0.00433803857965253	-0.00768672004892908
Al ₂ O ₃	0.0202336199305591	0.019084799727507	-0.00967524260228674	-0.0147054619188013	-0.035332869245686	0.0152778436513744	0.0216434588021845	-0.00852839867556714	-0.00488862946187881	-0.00310970252852234
Fe ₂ O ₃ T	-0.0183879767466735	-0.00967524260228674	0.031940019815106	0.00931986585373585	0.0270065714566008	-0.0207488913246035	-0.0357774220608999	0.0127855816443854	0.000956759276711063	0.00258073468792444
CaO	-0.0233653984726494	-0.0147054619188013	0.00931986585373585	0.0487239426247103	0.03359055691371	-0.0103221193190657	-0.0436266984194991	0.00849877522986537	0.000521555432321738	-0.00863501792432786
MgO	-0.0450821094641376	-0.035332869245686	0.0270065714566008	0.03359055691371	0.12458823795632	-0.0403717273606543	-0.0682780678509967	0.0235168844466511	-0.0123421612964472	-0.00729589731579
Na ₂ O	0.0233886584006899	0.0152778436513744	-0.0207488913246035	-0.0103221193190657	-0.0403717273606543	0.0377704833798033	0.03060187167070161	-0.0171575810820671	-0.00801682459012638	-0.0104217133623667
K ₂ O	0.0417469823949562	0.0216434588021845	-0.0357774220608999	-0.0436266984194991	-0.0682780678509967	0.03060187167070161	0.101208770402168	-0.0249920476974864	-0.0178418437719783	-0.00468500340546393
TiO ₂	-0.0170106173418405	-0.00852839867556714	0.0127855816443854	0.00849877522986537	0.0235168844466511	-0.0171575810820671	-0.0249920476974864	0.0299948747087094	-0.0173871943326984	0.0102797231000481
MnO	-0.00433803857965253	-0.00488862946187881	0.000956759276711063	0.000521555432321738	-0.0123421612964472	-0.00801682459012638	-0.0178418437719783	-0.0173871943326984	0.0810836954728742	-0.0177473181491254
P ₂ O ₅	-0.00768672004892908	-0.00310970252852234	0.00258073468792444	-0.00863501792432786	-0.00729589731579	-0.0104217133623667	-0.00468500340546393	0.0102797231000481	-0.0177473181491254	0.0467209149465527

Tabla 1. Matriz de variación para la composición dada en óxidos mayores.

El análisis de componentes principales permitió identificar dos componentes principales, que de acuerdo con sus varianzas, discriminan mejor las muestras (Tabla 2). El biplot generado para dichos componentes en la totalidad de los datos analizados permite determinar que las variables con mayor varianza son MnO, K₂O y MgO (Fig. 5), y de igual forma que las variables con mayor proporcionalidad son SiO₂, Al₂O₃, y Na₂O. Las variables Fe₂O₃ y CaO presentan una proporcionalidad moderada.

	Componentes 1	Componentes 2
SiO ₂	-0.304665579178953	0.0050003620844418
Al ₂ O ₃	-0.201384353398915	-0.0089339064295751
Fe ₂ O ₃ T	0.22277294566064	0.0104886719585342
CaO	0.268910464378639	0.0892737006563012
MgO	0.59612426152464	-0.195277465995557
Na ₂ O	-0.264096204977777	-0.000807880926081849
K ₂ O	-0.534615163266568	-0.220907566389679
TiO ₂	0.182064609889533	-0.234261720513869
MnO	0.0184804710771483	0.870143749083496
P ₂ O ₅	0.0164085482916129	-0.30471721935913

Tabla 2. Varianzas de los elementos químicos analizados obtenidas durante el análisis de componentes principales en función de los componentes 1 y 2.

Para la diferenciación de las variables que mejor permiten discriminar los datos analizados se realizó un análisis de racimos composicionales ("compositional cluster") el cual es representado como un dendrograma, en el que se pueden diferenciar dos grandes grupos de variables (Fig. 6). El primer grupo se encuentra ubicado a la izquierda del dendrograma y contiene los elementos que constituyen los minerales félsicos. De este grupo el elemento con más varianza es el

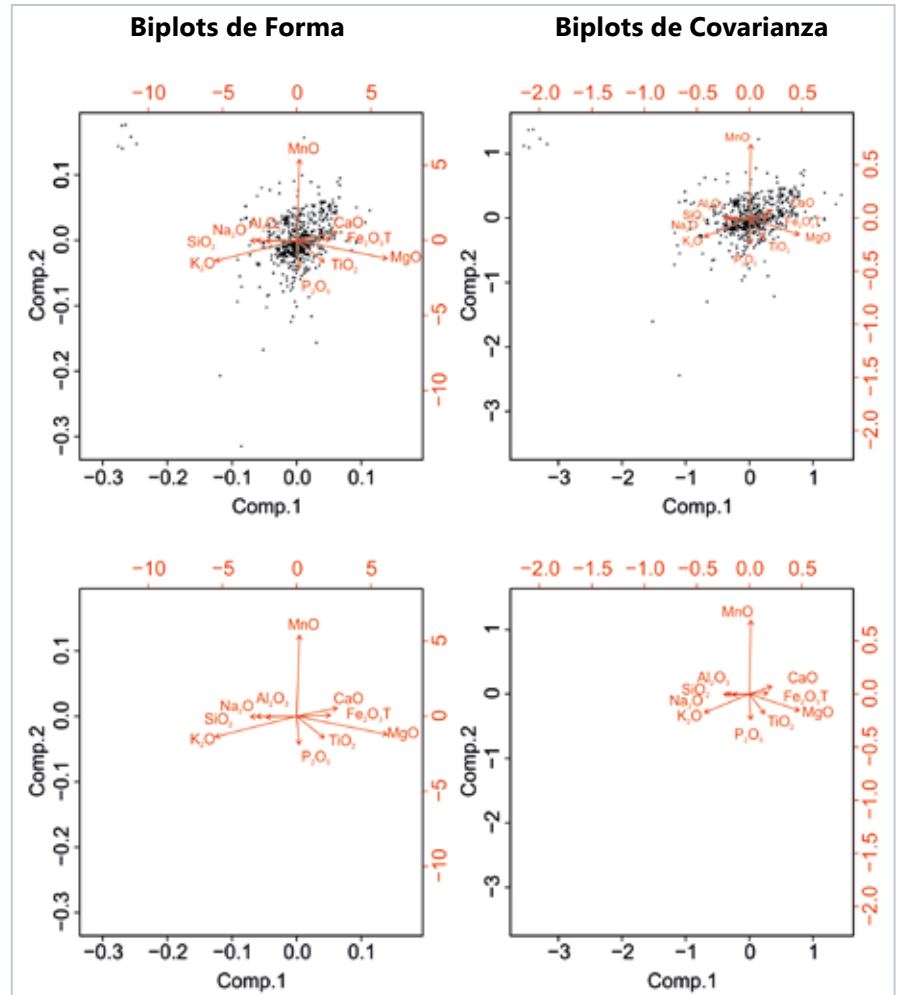


Figura 5. Biplots de Covarianza (derecha) y forma (izquierda) del análisis de componentes principales en los que se muestra la variabilidad de los datos de volcanismo Cenozoico en Colombia en función de los óxidos mayores. Nótese la distribución de los puntos en función de las variables MnO, K₂O y MgO, donde se puede diferenciar en el extremo superior izquierdo un grupo de datos totalmente aislado de los demás los cuales corresponderían al Volcán Cerro Azafatudo (VCA).

K, y las variables Al, Si y en menor proporción Na, pueden ser consideradas como redundantes. El segundo grupo se ubica a la derecha del dendrograma y está constituido

por elementos que conforman en su gran mayoría los minerales máficos. De este grupo el elemento con mayor varianza es el Mn seguido del Mg.

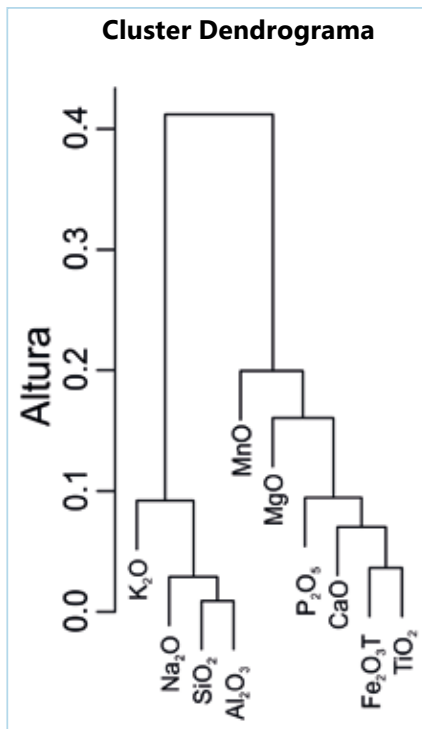


Figura 6. Dendrograma de asociación de variables composicionales para los datos de volcanismo Cenozoico en Colombia.

La estructura jerárquica de los datos evidencia el agrupamiento de todas las muestras en tres subgrupos composicionales con diferentes concentraciones en SiO_2 . En los subgrupos se incluyen muestras de los volcanes Nevado del Ruiz, Cerro Bravo, Azufral, Cumbal, Chiles, Doña Juana, Galeras, Puracé y Sotará para el Subgrupo 1, Cerro Azafatudo para el Subgrupo 2, y de todos los volcanes incluidos en la base de datos para el Subgrupo 3.

A partir del análisis cluster es posible diferenciar también los datos en una matriz de diagramas

ternarios centrados con un tercer componente por defecto (media geométrica), en los que se evidencia la existencia de los subgrupos composicionales identificados a partir del dendrograma (Fig. 7). Al interpretar el biplot generado y en función de lo encontrado en el análisis cluster se puede determinar que las variables que mejor permitirán dis-

criminar los datos son MnO , K_2O y MgO , en relación a SiO_2 , Al_2O_3 , Na_2O , $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{T}$ y CaO . Para la discriminación de los datos del volcanismo Cenozoico en Colombia se graficaron los diagramas ternarios " Al_2O_3 - Na_2O - SiO_2 ", " K_2O - Na_2O - SiO_2 ", " K_2O - SiO_2 - MgO ", " Al_2O_3 - K_2O - SiO_2 ", " $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{T}$ - MgO - CaO ", " $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{T}$ - MgO - K_2O " y " MnO - K_2O - Na_2O ".

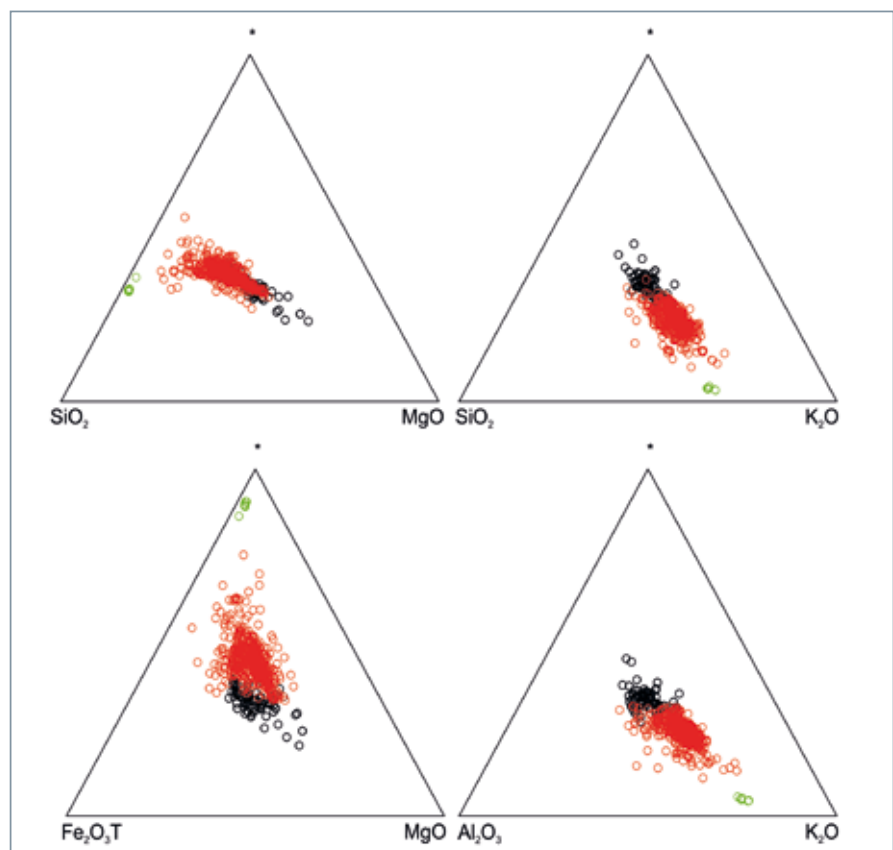


Figura 7. Diferenciación de subgrupos en una matriz de diagramas ternarios centrados con un tercer componente por defecto (media geométrica) que representa las subcomposiciones evidenciadas en el dendrograma. Nótese la distribución de los datos con respecto al MgO , K_2O , SiO_2 , Al_2O_3 , y Fe_2O_3 , donde los círculos abiertos de color negro corresponden al subgrupo 1, los círculos abiertos de color verde corresponden al subgrupo 2, y los círculos abiertos de color rojo corresponden al subgrupo 3.

Discusión

El análisis multivariado de la totalidad de los datos geoquímicos del volcanismo Cenozoico de Colombia permite evidenciar un agrupamiento de los datos analizados en función de las concentraciones en SiO_2 entre 52,83% y 62,51% para el subgrupo 1, entre 70,79 % y 76,74% para el subgrupo 2, y entre 50,51% y 69,4% para el subgrupo 3. Esta diferenciación en subgrupos composicionales es totalmente independiente de la división actual en la que los volcanes se agrupan en relación a su localización geográfica, como zona norte, centro y sur. Adicionalmente, al comparar los datos de los subgrupos composicionales 1 y 3, es evidente que los datos pertenecientes al subgrupo 1 están incluidos dentro de los valores máximos y mínimos que definen el subgrupo 3, diferenciándose únicamente los valores del subgrupo 2 en comparación a los demás. Además de la diferenciación en subgrupos composicionales, los datos geoquímicos de los volcanes fueron analizados por zonas de acuerdo con su distribución espacial y lo sugerido por Hall and Wood (1985), Méndez (1997), Murcia *et al.* (2008), y Laeger *et al.* (2013), entre otros, como zonas norte, centro y sur.

Los datos del subgrupo 2, con valores altos en SiO_2 (>70%), corresponden a muestras del Volcán Cerro Azafatudo, podrían interpretarse como magmas que tienen una gran componente de asimilación cortical o han sufrido una alta diferenciación magmática en un grado

mucho mayor que los magmas que generaron los productos volcánicos de los otros dos subgrupos, con valores de $\text{SiO}_2 < 70\%$.

Por otro lado, se puede identificar que la variabilidad de los datos está dominada por dos factores co-dependientes representados por el balance MgO contra $\text{Al}_2\text{O}_3 - \text{Na}_2\text{O} - \text{SiO}_2$ y el balance K_2O contra $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{T} - \text{CaO}$. Así mismo, se puede establecer una variabilidad de los datos dominada por otro factor más o menos ortogonal a los anteriores y por tanto razonablemente independiente representado por el balance MnO contra $\text{P}_2\text{O}_5 - \text{TiO}_2$. La determinación de estos factores y la relación existente entre ellos permite discriminar de una mejor forma los datos analizados.

La evaluación de los datos en diagramas ternarios evidencia que para el análisis de los subgrupos 1 y 3 las variables que mejor discriminan los datos son " $\text{Al}_2\text{O}_3 - \text{K}_2\text{O} - \text{SiO}_2$ " y " $\text{K}_2\text{O} - \text{SiO}_2 - \text{MgO}$ ", donde se puede observar que hay una afinidad al SiO_2 como elemento discriminante (Fig. 8). Cabe anotar que en estos diagramas ternarios se muestra una mejor discriminación de los datos en función de los componentes MgO y K_2O , los cuales se relacionan con la presencia de minerales máficos y félsicos respectivamente, sugiriendo esto que de acuerdo con las muestras analizadas, tanto para el subgrupo composicional 1 (Fig. 8 izquierda) como para el subgrupo composicional 3 (Fig. 8 derecha),

los volcanes tienden a agruparse siguiendo una relación fuertemente dominada por dichos elementos, lo que confirma la actuación de procesos de diferenciación magmática, en donde las fases más diferenciadas (más félsicas) tienen afinidad por el K_2O y el SiO_2 mientras que las menos diferenciadas (más máficas) tienen afinidad por el MgO .

Otro diagrama que permite diferenciar los datos es el diagrama " $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{T} - \text{MgO} - \text{K}_2\text{O}$ " donde las variables MgO y K_2O son las de mayor variabilidad. En este diagrama (Fig. 9), tanto para el subgrupo composicional 1 como para el subgrupo composicional 3, los volcanes pueden diferenciarse en función de su afinidad. En el diagrama del subgrupo 1 (Fig. 9 izquierda) los volcanes Nevado del Ruiz y Cerro Bravo tienen más afinidad con el MgO mientras que por los demás tienen más afinidad con el $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{T}$. En cuanto a la variable K_2O , se observa una diferenciación en función de la asociación elemental, ya sea con MgO o con $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{T}$, aunque puede sugerirse una mayor dispersión para esta variable. En el diagrama del subgrupo composicional 3 (Fig. 9 derecha) se observa una tendencia similar, aunque las variables K_2O y $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{T}$ presentan una mayor dispersión para los datos analizados. Asimismo, el diagrama " $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{T} - \text{MgO} - \text{CaO}$ " replica los resultados anteriormente mencionados. Los demás diagramas ternarios realizados muestran una amplia dispersión de los datos donde los subgrupos composicionales no pueden ser claramente diferenciados.

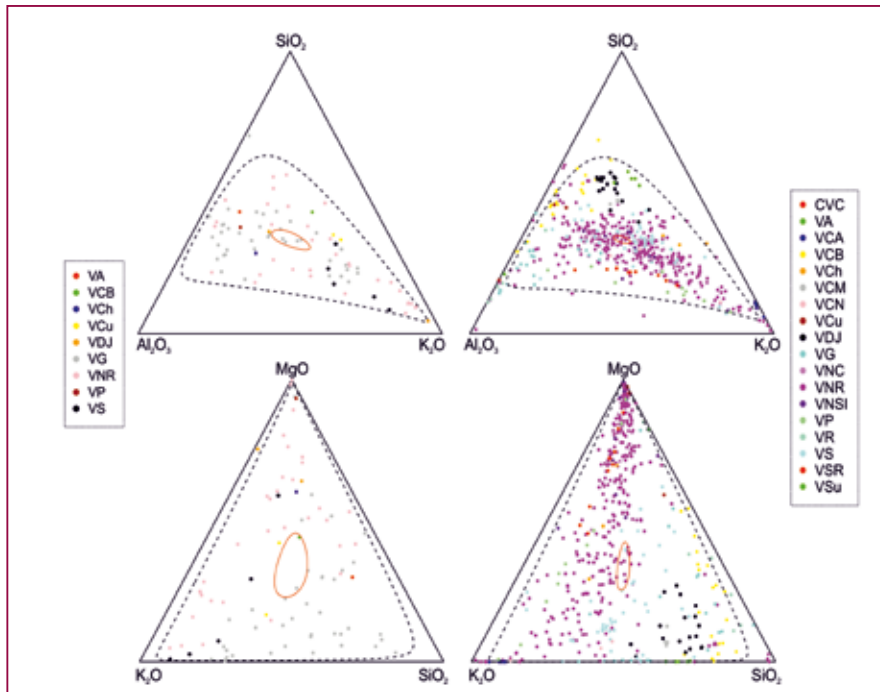


Figura 8. Diagramas ternarios centrados definidos por las variables " $Al_2O_3 - K_2O - SiO_2$ " y " $K_2O - SiO_2 - MgO$ ", en los que se representan las subcomposiciones evidenciadas en el dendrograma correspondientes a los subgrupos composicionales 1 (izq.) y 3 (der.). Nótese la distribución de los datos con respecto al MgO , K_2O , SiO_2 , y Al_2O_3 . Izquierda, subgrupo composicional 1 definido por muestras de los volcanes Nevado del Ruiz (VNR), Cerro Bravo (VCB), Azuftral (VA), Cumbal (VCu), Chiles (VCh), Doña Juana (VDJ), Galeras (VG), Puracé (VP) y Sotará (VS). Derecha, subgrupo composicional 3 definido por muestras de los volcanes Nevado del Ruiz (VNR), Nevado del Cisne (VNC), Nevado Santa Isabel (VNSI), Santa Rosa (VSR), Cerro Bravo (VCB), Romeral (VR), Galeras (VG), Cadena Volcánica Coconucos (CVC), Volcán Doña Juana (VDJ), Sotará (VS), Sucubún (VSu), Cerro Azafatudo (VCA), Cerro Negro (VCN), Puracé (VP), Azuftral (VA), Cumbal (VCu), Chiles (VCh) y Cerro Machín (VCM).

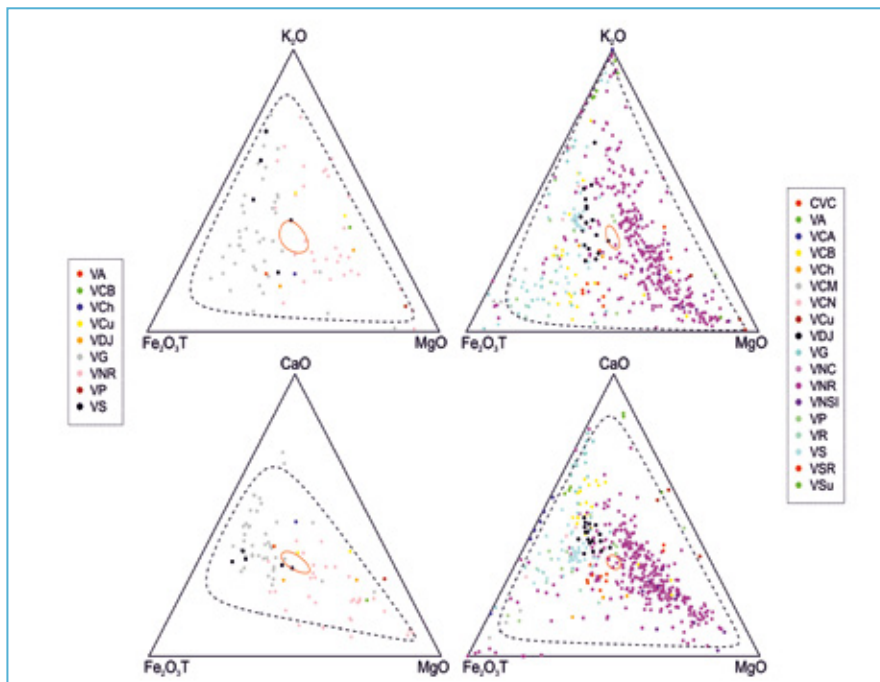


Figura 9. Diagramas ternarios centrados definidos por las variables " $Fe_2O_3T - MgO - K_2O$ " y " $Fe_2O_3T - MgO - CaO$ ", en los que se representan las subcomposiciones evidenciadas en el dendrograma correspondientes a los subgrupos composicionales 1 (izq.) y 3 (der.). Nótese la distribución de los datos con respecto al MgO , CaO y Fe_2O_3T . Izquierda, subgrupo composicional 1 definido por muestras de los volcanes Nevado del Ruiz (VNR), Cerro Bravo (VCB), Azuftral (VA), Cumbal (VCu), Chiles (VCh), Doña Juana (VDJ), Galeras (VG), Puracé (VP) y Sotará (VS). Derecha, subgrupo composicional 3 definido por muestras los volcanes Nevado del Ruiz (VNR), Nevado del Cisne (VNC), Nevado Santa Isabel (VNSI), Santa Rosa (VSR), Cerro Bravo (VCB), Romeral (VR), Galeras (VG), Cadena Volcánica Coconucos (CVC), Volcán Doña Juana (VDJ), Sotará (VS), Sucubún (VSu), Cerro Azafatudo (VCA), Cerro Negro (VCN), Puracé (VP), Azuftral (VA), Cumbal (VCu), Chiles (VCh) y Cerro Machín (VCM).

El análisis de los datos agrupados con base en la distribución espacial sugerida por Hall and Wood (1985), Méndez (1997) y Laeger *et al.* (2013), usando las mismas variables usadas en la discusión anterior permitió comparar tendencias composicionales globales con tendencias zonales. Adicionalmente, se realizaron diagramas ternarios en los que se superponen las tres zonas antes mencionadas con sus respectivos sectores de probabilidad.

En el diagrama ternario "K₂O - SiO₂ - MgO" la zona norte, que incluye los volcanes Cerro Machín, Cerro Bravo, Santa Rosa, Nevado Santa Isabel, Nevado del Cisne, Nevado del Ruiz y Romeral, se caracteriza por presentar dos tendencias bien diferenciadas, una en la cual se evidencia una fuerte afinidad por MgO, en la que se incluyen muestras de los volcanes Nevado del Ruiz, Nevado del Cisne, y Nevado Santa Isabel, y otra donde se evidencia una afinidad por SiO₂, en la que se incluyen muestras de los volcanes Cerro Bravo, Cerro Machín, Romeral, y en menor medida Santa Rosa. Lo anterior sugiere que el Volcán Nevado del Ruiz corresponde al magmatismo más básico de la zona norte, mientras que los volcanes Cerro Bravo, Cerro Machín y Romeral pueden presentar una mayor contaminación cortical (Fig. 10a).

La zona centro, que incluye los volcanes Cerro Azafatudo, Cerro Negro, Puracé, Sucubún, Sotará, y el Complejo Volcánico Coconucos, se caracteriza por presentar una tendencia dominada principalmente

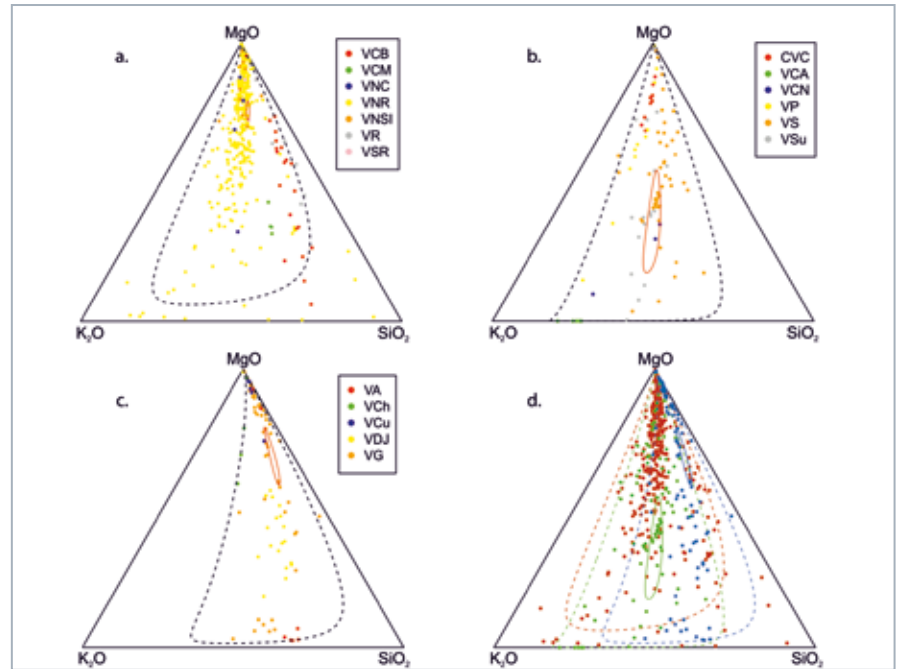


Figura 10. Diagramas ternarios centrados definidos por las variables "K₂O - SiO₂ - MgO", en los que se representan los grupos de volcanes que representan las diferentes zonas volcánicas de Colombia. a, Zona Norte; b, Zona Centro; c, Zona Sur; d, Superposición de las zonas volcánicas norte (rojo), centro (verde), y sur (azul), con sus respectivas elipses de probabilidad.

por MgO, donde K₂O y SiO₂ permiten diferenciar las muestras de los volcanes Sotará (más dependiente del SiO₂) y Azafatudo (más dependiente de K₂O y SiO₂). Los demás volcanes de la zona tienen una afinidad por el MgO principalmente, aunque localmente en función de la presencia de K₂O y SiO₂ pueden presentarse con algo de dispersión (Fig. 10b). La zona sur, la cual se encuentra definida por los volcanes Azufra, Chiles, Cumbal, Doña Juana y Galeras, se caracteriza por presentar dos agrupamientos en función de la afinidad por MgO y K₂O, donde los volcanes Doña Juana

y Cumbal pueden ser claramente diferenciados como los miembros potásico y magnésico respectivamente. Los demás volcanes de la cadena evidencian una mayor afinidad por MgO (volcanes Chiles y Galeras) que por K₂O (Volcán Azufra). Este comportamiento sugiere la ocurrencia de procesos de diferenciación al interior de las cámaras magmáticas (más evidentes en el Volcán Galeras).

Por otro lado, con el diagrama "Fe₂O₃T - MgO - K₂O" los volcanes de la zona norte (Fig. 11a), presentan una mayor dispersión de los datos,

aunque se evidencia una mejor afinidad por K_2O que por MgO . Otra observación importante al discriminar los datos mediante este diagrama ternario es que permiten diferenciar las muestras del Volcán Romeral, las cuales tienen una alta afinidad por Fe_2O_3T , al igual que algunas de las muestras de los volcanes Cerro Bravo y Cerro Machín. Los volcanes de la zona centro (Fig. 11b), por el contrario, presentan afinidad por el MgO , aunque si es muy evidente la dispersión de los datos en función del Fe_2O_3T . Adicionalmente, es muy evidente la discriminación de las mues-

tras del Volcán Azafatudo en función de K_2O . Finalmente, los volcanes Soatará y Sucubún pueden diferenciarse en función del incremento en la concentración de Fe_2O_3T y MgO respectivamente. Los volcanes de la zona sur (Fig. 11c), presentan una mayor dispersión de los datos, aunque es posible validar las observaciones ya obtenidas mediante la discriminación de los datos con el diagrama ternario " $K_2O - SiO_2 - MgO$ ", donde los volcanes Doña Juana y Cumbal pueden ser claramente diferenciados como los miembros potásico y magnésico respectivamente.

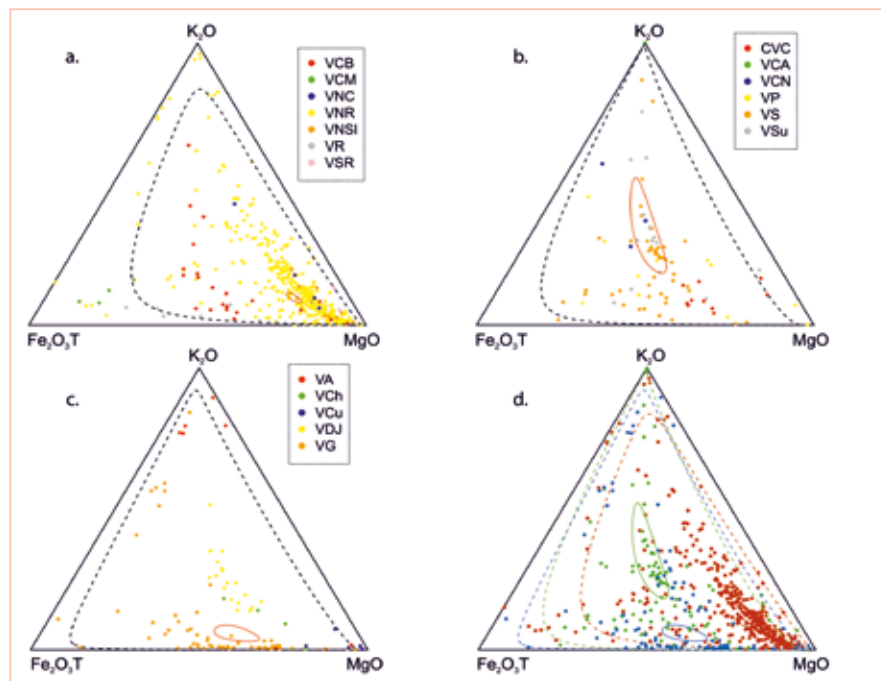


Figura 11. Diagramas ternarios centrados definidos por las variables " $Fe_2O_3T - MgO - K_2O$ ", en los que se representan los grupos de volcanes que representan las diferentes zonas volcánicas de Colombia. a, Zona Norte; b, Zona Centro; c, Zona Sur; d, Superposición de las zonas volcánicas norte (rojo), centro (verde), y sur (azul), con sus respectivas elipses de probabilidad.

Conclusiones

En principio, el análisis estadístico de los datos geoquímicos de óxidos mayores del volcanismo Cenozoico de Colombia basado en la geometría Aitchison revela que la totalidad de los datos puede ser agrupada en tres subgrupos composicionales los cuales no son tan obvios si se analizan los datos mediante los diagramas de variación tradicionales. De los tres subgrupos composicionales, sólo dos (subgrupos 1 y 3) pudieron ser comparados en función de la representatividad estadística de los datos, el subgrupo 2 puede ser analizado como una anomalía. El análisis comparativo de los dos subgrupos composicionales reveló la existencia de patrones subcomposicionales en función de los contenidos de SiO_2 consistentes con los procesos de evolución magmática conocidos para magmatismo calcoalcalino de arco continental. Cabe anotar que los subgrupos composicionales agrupan muestras de las diferentes zonas volcánicas, lo que sugiere que los procesos son los mismos, es decir, todos los volcanes se asocian a fundidos producto de la fusión relacionada con la subducción de la Placa de Nazca y contaminación cortical.

Al analizar los datos agrupando los volcanes por zonas (Fig. 10 y 11), se hace evidente que cada zona tiende a tener miembros básicos, intermedios y ácidos, los cuales pueden ser diferenciados además de su contenido en SiO_2 consistente con los métodos tradicionales, por sus

afinidades con el MgO, CaO, K₂O y Fe₂O₃T, lo que evidenciaría una variación composicional no perceptible por los métodos de análisis tradicionales. Lo anterior sugiere variaciones en los magmas relacionados, que podrían ser explicados en función de la fuente del magma (heterogeneidades al interior de la Placa de Nazca), asimilación de diferentes

materiales corticales en función de su localización espacial (traducidas como variaciones en las zonas norte, centro y sur), o complejidades tectónicas relacionadas con la subducción de ridges inactivos. Por otro lado, al comparar los resultados obtenidos para cada una de las zonas superpuestas en los diagramas ternarios "K₂O - SiO₂ - MgO" y "Fe₂O₃T - MgO

- K₂O" (Fig. 10d y 11d), se puede evidenciar que las zonas son diferenciadas en función de su afinidad por las variables MgO y K₂O, donde la zona centro tendría más afinidad por K₂O y la zona norte por MgO. Con respecto a la zona sur, se puede evidenciar una preferencia por afinidades dominadas por concentraciones en SiO₂ y Fe₂O₃T.

Agradecimientos

Los autores agradecemos a todos aquellos que de una forma u otra han aportado con datos y discusiones sobre el origen del volcanismo Cenoico en Colombia.

Referencias

- Acosta, J., Lonergan, L., Coward, M.P., 2004. Oblique transpression in the western front of the Colombian Eastern Cordillera. *Journal of South American Earth Sciences* 17, pp. 181-194.
- Acosta, J., Velandia, F., Osorio, J., Lonergan, L., Mora, H., 2007. Strike-slip deformation within the Colombian Andes. In: Ries, E.C., Butler, R.W.H., Graham, R.H. (Eds.), *Deformation of the Continental Crust: The Legacy of Mike Coward*. Geological Society, London, Special Publications 272, pp. 303-319.
- Aitchison, J. 1986. *The Statistical Analysis of Compositional Data*. Monograph Statistics and Applied Probability. Chapman & Hall Ltd, London. 416p.
- Aitchison, J., Greenacre, M. 2002. Biplots for compositional data. *Journal of the Royal Statistical Society, Series C (Applied Statistics)*, 51 (4), pp. 375-392.
- Ancochea S., E., Fuster C., J.M., Naranjo H., J.L., Borrero P., C.A. 1991. *Geoquímica de las lavas antiguas del sector del Volcán del Ruiz (Colombia)*. Sector Noroccidental. Simposio sobre Magmatismo Andino y su Marco Tectónico. Manizales. Julio 3 al 5. pp. 65-79.
- Audemard, F.E., Audemard, F.A. 2002. *Structure of the Mérida Andes, Venezuela: relations with the South America-Caribbean geodynamic interaction*. *Tectonophysics* 345, pp. 299-327.
- Borrero, C., Toro, L.M., Alvarán, M., Castillo, H. 2009. *Geochemistry and tectonic controls of the effusive activity related with the ancestral Nevado del Ruiz volcano, Colombia*. *Geofísica Internacional* 48 (1), pp. 149-169
- Calvache, M.L., Williams, S.N. 1997. *Geochemistry and petrology of the Galeras Volcanic Complex, Colombia*. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 77, pp. 21-38.
- Cepeda, H. 1986. *Investigaciones petrológicas en el ámbito de las*

planchas 429-Pasto y 410-La Unión, con especial énfasis en el Complejo Volcánico Galeras. Informe 2062, INGEOMINAS. 114p.

Cepeda, H., Acevedo, A.P., Lesmes, L.E. 1986. Características químicas y petrográficas de los volcanes Azufral, Cumbal y Chiles Cerro Negro, Colombia. INGEOMINAS, Informe Interno 2058, inédito. 18p.

CHEC. 1983. Investigación geotérmica. Macizo Volcánico del Ruiz. Vol III. Geovolcanología. 194p.

Cortés, J.A. 2009. On the Harker variation diagrams; a comment on "The statistical analysis of compositional data. Where are we should be heading?". *Mathematical Geosciences*, 41 pp. 817-828.

Cortés, M., Angelier, J. 2005. Current states of stress in the northern Andes as indicated by focal mechanisms of earthquakes. *Tectonophysics* 403, pp. 29-58.

Daunis-I-Estadella, J., Barceló-Vidal, C., Buccianti, A. 2006. Exploratory compositional data analysis. In: Buccianti, A., Mateu-Figueras, G., Pawlowsky-Glahn, V. (eds). *Compositional Data Analysis in the Geosciences: From Theory to Practice*. Geological Society, London, Special Publications, 264, pp. 161-174.

Daunis-I-Estadella, J., Thió-Henestrosa, S., Mateu-Figueras, G. 2011. Two more things about compositional biplots: Quality of projection and inclusion of supplementary elements. In: Egozcue, J.J., Tolosana-Delgado, R., Ortego, M.I. (eds). *Proceedings of the 4th International Workshop on Compositional Data Analysis - CODAWORK'11*. 14p.

Droux, A., Delaloye, M. 1996. Petrography and Geochemistry of Plio-Quaternary Calc-Alkaline volcanoes of Southwestern Colombia. *Journal of South American Earth Sciences*. Elsevier Science Ltd & Earth Sciences & Resources Institute 9 (1/2), pp. 27-41

Duque E., D.M. 2008. Caracterización de una estructura volcánica ubicada al SW del Cráter Arenas - Volcán Nevado del Ruiz. Tesis de Grado. Programa de Geología. Universidad de Caldas. 64p.

EarthChem. Recurso electrónico consultado en el mes de octubre de 2013, página web: <http://www.earthchem.org/portal>.

Gabriel, K.R. 1971. The biplot graphical display of matrices with application to principal component analysis. *Biometrika*, 58, pp. 453-467.

Gómez, J., Nivia, A., Montes, N.E., Tejada, M.L., Jiménez, D.M., Sepúlveda, J., Osorio, J.A., Gaona, T., Diederix, H., Uribe, H. 2007. Mapa Geológico de Colombia (compilación), Escala 1:1'000.000. 3ª Ed. Bogotá: INGEOMINAS. 2 Hojas.

Hall, M.L. and Wood, C.A. 1985. Volcano-Tectonic segmentation of the northern Andes. *Geology* 13 pp. 203-207.

Jaramillo M., J.M. 1980. Petrology and geochemistry of the Nevado del Ruiz Volcano. Northern Andes. Colombia. Ph.D. Thesis. Faculty of the Department of Geology. University of Houston. 167p.

Katsui, Y., Takahashi, T., Egashira, S., Kawashi, S., Watanabe, H. 1986. The 1985 eruption of Nevado del Ruiz volcano. Colombia. and as-

sociated mud flow disaster. Report Natural Disaster Scientific Research. Japan. No. B-60-7. 102p. (in Japanese). En Monsalve V., M.L. 1990. Pyroclastic deposits of the November 13. 1985 eruption of Nevado del Ruiz volcano. Colombia. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 41, pp. 67-78.

Kuroda, N., Paris, G. 1978. Petrographical notes on some dacites and andesites of Purace Volcano, Cauca, Colombia. Informe Interno INGEOMINAS. 12p.

Laeger, K., Halama, R., Hansteen, T., Savov, I.P., Murcia, H., Cortés, G., Garbe-Schönberg, D. 2003. Crystallization conditions and petrogenesis of the lava dome from the ~900 years BP eruption of Cerro Machín Volcano, Colombia. *Journal of South American Earth Sciences* 48, pp. 193-208.

Lescinsky, D.T. 1996. Geology. Volcanology and Petrology of Cerro Bravo a Young Dacitic. Stratovolcano in West-Central Colombia. MSc. Thesis. Louisiana State University. 182 p.

Macía, C., Calvache, M.L. 1987. Consideraciones acerca de la erupción del Volcán Nevado del Ruiz (13.11.85) con base en el análisis de cenizas volcánicas. *Geología Colombiana* 16, pp. 7-14.

Melson, W.G., Allan, J.F., Rerid, J., D., Nelen, J., Calvache, M.L., Williams, S.N., Fournelle, J., Perfit, M. 1990. Water contents, temperatures and diversity of the magmas of the catastrophic eruption of Nevado del Ruiz. Colombia. November 13. 1985. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 41, pp. 97-126.

- Méndez F., R.A. 1997. Atlas de los volcanes activos de Colombia. IN-GEOMINAS. 126p.
- Monsalve, M.L. 2000. Catálogo de las Volcanitas Neógenas de Colombia. INGEOMINAS. 31p.
- Naranjo H., J.L., Borrero P., C.A., Grand M., M., Fuster C., J.M., Ancochea S., E., Handzer P., A. 1991. Los flujos piroclásticos de Río Claro - Chinchiná y su dinámica de emplazamiento. Simposio sobre Magmatismo Andino y su Marco Tectónico. Manizales. Julio 3 al 5. pp. 247-264.
- Norabuena, E., Dixon, T.H., Schwartz, S., DeShon, H., Newman, A., Protti, M., González, V., Dorman, L., Flueh, E.R., Lundgren, P., Pollitz, F., Sampson D., 2004. Geodetic and seismic constraints on some seismogenic zone processes in Costa Rica. *Journal of Geophysical Research* 109 (B11403), pp. 1-25.
- Paris, G., Machette, M.N., Dart, R.L., Haller, K.M., 2000. Map and database of Quaternary faults and folds in Colombia and its offshore regions. USGS Open-File Report 00-0284, 61p.
- Pinilla, A., Rios, P.A. 2005. Cartografía geológica de los depósitos volcánicos y sedimentarios vulcanogénicos a escala 1:25000 y bosquejo de la amenaza volcánica por eventos de caída piroclástica en la parte alta de la cuenca de los ríos Tapias-Tareas. Tesis de Grado Geólogo. Universidad de Caldas. 135 p.
- Pulgarín. B., Navarro. S., Monsalve V. M.L., Cortés. G.P., Calvache. M., Pardo. N., Murcia. H. 2008. Geología e historia eruptiva del Complejo Volcánico Doña Juana - Colombia. *Ingeominas*. 254p.
- Pulgarín. B., Navarro. S., Monsalve V. M.L., Murcia. H., Téllez. L., Corre. A.M., Martínez. L., Martínez. L. 2010. Geología e historia eruptiva del Complejo Volcánico Sotará - Colombia. *Ingeominas*. 626 p.
- Rayo R., L.P. 2012. Evolución geoquímica y térmica del Volcán Nevado del Ruiz, Colombia. Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia. 132 p.
- Rayo R. Lorena & Zuluaga Carlos A. (2011). Procesos magmáticos en el Volcán Nevado del Ruiz: Un análisis cuantitativo textural. *Boletín de Geología* 33 (2), pp. 59-72.
- Schaefer, S.J. 1995. Nevado del Ruiz Volcano, Colombia: Magmatic system and evolution. PhD Thesis. Arizona State University. 147 p.
- Sigurdsson. H., Carey. S., Palais. J.M., Devine. J. 1990. Pre-eruption compositional gradients and mixing of andesite and dacite magma erupted from Nevado del Ruiz volcano. Colombia in 1985. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 41, pp. 127-151.
- Taboada, A., Dimaté, C., Fuenzalida, A. 1998. Sismotectónica de Colombia: deformación continental activa y subducción. *Física de la Tierra* 10, pp. 111-147.
- Taboada, A., Rivera, L.A., Fuezalida, A., Cisternas, A., Philip, H., Bijwaard, H., Olaya, J., Rivera, C. 2000. Geodynamics of the northern Andes: Subductions and intracontinental deformation (Colombia). *Tectonics* 19 (5), pp. 787-813.
- Thomas, C.W., Aitchison, J. 2005. *Compositional Data Analysis of Geological Variability and Process: A Case Study. Mathematical Geology* 37 (7), pp. 753-772.
- Toro T. Luz M., *et al.*, (2008). Rocas con afinidad adakítica al sureste de Manizales: Rasgos petrogenéticos y geoquímicos. *Boletín de Geología* 30 (2), pp. 49-60.
- Trenkamp, R., Kellogg, J.N., Freymueller, J.T., Mora, H. 2002. Wide plate margin deformation, southern Central America and northwestern South America, CASA GPS observations. *Journal of South American Earth Sciences* 15, pp. 157-171.
- Trenkamp, R., Mora, H., Salcedo, E., Kellogg, J.N. 2004. Possible rapid strain accumulation rates near Cali, Colombia, determined from GPS measurements (1996-2003). *Earth Sciences Research Journal* 8 (1), pp. 25-33.
- van den Boogaart, K.G., Tolosana-Delgado, R. 2008. "compositions": A unified R package to analyze compositional data. *Computers and Geosciences* 34 (4), pp. 320-338.
- van den Boogaart, K.G., Tolosana-Delgado, R. 2013. *Analyzing compositional data with R*. Springer-Verlag-Berlin Heidelberg. 258p.
- van den Boogaart, K. G., Tolosana, R., Bren, M. 2009. *compositions: Compositional data analysis. R package version 1.02-1*.
- Vatin-Perignon. N., Geomans. P., Oliver. R., Parra. E. 1990. Evaluation of magmatic processes for the products of the Nevado del Ruiz Volcano. Colombia from geochemical and petrological data. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 41, pp. 153-188.